



NATURE &
DECOUVERTES

MATHS ET MAGIE

Réf. 42002760

Matériel



1 support et 10 bâtons de Neper



1 ardoise vierge au dos du support des bâtons de Neper (pour les calculs selon la méthode chinoise avec les traits)



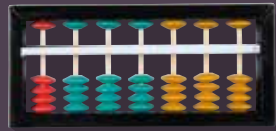
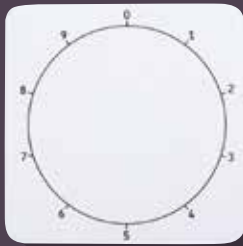
1 effaceur



1 feutre noir et 1 feutre rouge



1 ardoise pour feutre effaçable avec une grille d'un côté (pour le carré magique) et un cadran au verso (pour la représentation graphique des tables de multiplication.)



1 boulier japonais



1 tour de Hanoï avec 8 disques

Carré Magique (sur l'ardoise avec la grille)

Principe :

Après avoir demandé un nombre entre 21 et 100 à une tierce personne, lui démontrer que la somme de chaque ligne verticale ou horizontale, des 2 diagonales et des 4 carrés de 4 cases est égale à son nombre.

Avant de commencer :

La grille est complètement vide au départ. Pour faire le tour, il faut bien mémoriser la position des chiffres marqués en rouge sur le schéma ci-dessous (de 1 à 12) ainsi que les calculs qu'il faudra réaliser à partir de son nombre pour remplir les 4 cases restantes (en vert sur le schéma) soit dans la première case X-20, X étant le nombre de la personne :

X-20	1	12	7
11	8	X-21	2
5	10	3	X-18
4	X-19	6	9

Déroulement :

Supposons que le nombre proposé par la personne soit 40 : Pour l'impressionner, remplir les cases dans l'ordre. Dans la première case, je vais donc remplir $40-20=20$. Dans la deuxième case du haut, j'écris 1, puis 12, puis 7, etc jusqu'à ce que la grille soit entièrement remplie.

20	1	12	7
11	8	19	2
5	10	3	22
4	21	6	9

Puis je refais les calculs de chaque ligne, diagonale et carré pour démontrer que toutes les sommes sont bien égales à 40.

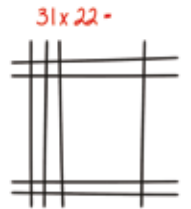
40	40	40	40	→ 40
20	1	12	7	→ 40
11	8	19	2	→ 40
5	10	3	22	→ 40
4	21	6	9	→ 40
↓ 40				

Méthode chinoise de multiplication (sur l'ardoise vierge)

Méthode simple de comptage des intersections entre les traits représentant l'opération souhaitée. Prenons l'exemple de 31×22 :

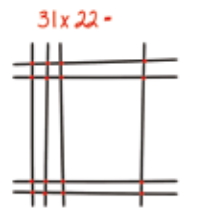
Étape 1 :

Pour chaque chiffre, dessiner une ligne en prenant soin de séparer les unités et les dizaines. Le premier nombre sera dessiné à la verticale et le deuxième à l'horizontale comme le schéma ci-contre :



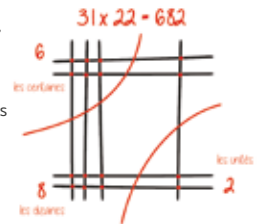
Étape 2 :

Dessiner des points à chaque intersection.



Étape 3 :

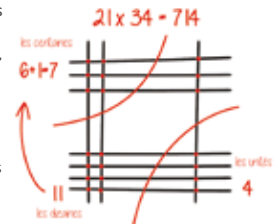
Compter les points en commençant par les unités, puis les dizaines et enfin les centaines. Les unités étant en bas à droite, les dizaines au milieu en diagonale, et les centaines en haut à gauche, le résultat est de 682.



Autre exemple avec une retenue :

Prenons l'exemple de 21×34 : les étapes sont les mêmes mais comme nous trouvons 11 dizaines, soit, 1 centaine et 1 dizaine, la centaine rejoint les autres centaines.

Cette règle peut s'appliquer à des nombres plus grands et il faudra simplement toujours bien séparer les unités, des dizaines, des centaines, ...



Je devine le chiffre auquel tu penses

- Demande à une personne de penser à un nombre entre 10 et 100 mais il ne doit te dire lequel à aucun moment. Disons qu'il aura par exemple choisit le nombre 33.
- Demande lui de multiplier ce nombre par 2. Il obtient donc 66.
- Puis d'ajouter un chiffre de ton choix (ce doit être un chiffre pair, par exemple 8). Il obtient donc $66 + 8 = 74$
- Demande lui ensuite de diviser par 2. Il obtient 37.
- Puis de retrancher son nombre de départ. Il obtient 4, soit la moitié du nombre que tu lui as demandé d'ajouter.
- Annonce que le résultat de tous les calculs que tu lui as demandé de faire est 4 >>> Magique !!!

Soit : $((X \times 2 + \text{un chiffre pair de ton choix}) / 2) - X = \text{ton chiffre} / 2$
«X» étant le nombre auquel la personne pense

Tour de Hanoï

Objectif du jeu :

Déplacer la tour de la tige 1 à la tige 3 en respectant les contraintes suivantes :

- Toujours déplacer un seul disque à la fois
 - Ne jamais poser un disque sur un plus petit que lui
- Il est recommandé de commencer avec un petit nombre de disques et d'augmenter petit à petit, une fois que l'on a compris la mécanique du jeu.

Quelques notions avant de commencer à jouer :

Pour résoudre le jeu, le nombre de coups dépend de la quantité de disques, selon la règle suivante : $2^n - 1$, «n» étant le nombre de disques. Par exemple :

- Pour 2 disques, il faut 3 coups ($2^2 - 1 = 2 \times 2 - 1 = 3$)
- Pour 3 disques, il faut 7 coups ($2^3 - 1 = 2 \times 2 \times 2 - 1 = 7$)
- 4 disques, 15 coups
- 5 disques, 31 coups
- 6 disques, 63 coups
- 7 disques, 127 coups
- 8 disques, 255 coups

Principe et astuces pour réussir le jeu :

Visualiser tout d'abord les repères 1, 2 et 3 sur la base.



- Le petit disque se déplace un coup sur deux en suivant une logique cyclique soit :
- Pour un nombre de disques pair, le petit disque se déplace de la tige 1 vers la tige 2 puis vers la tige 3 et enfin à nouveau vers la tige 1 et ainsi de suite : $1 > 2 > 3 > 1$
- Pour un nombre de disques impair, le petit disque se déplace de la tige 1 vers la tige 3 puis vers la tige 2 et enfin à nouveau vers la tige 1 et ainsi de suite : $1 > 3 > 2 > 1$
- Lorsque l'on ne déplace pas le petit disque, on réalise le seul mouvement possible en respectant les contraintes listées au début.

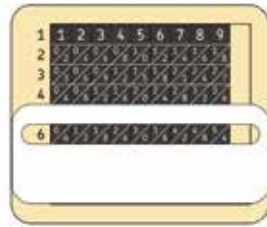
Pour pimenter le jeu, un chronomètre peut être utilisé en duel dans l'objectif de réaliser le déplacement de la tour le plus rapidement possible.

Les bâtons de Neper

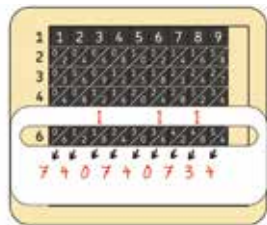
Cette méthode de calcul inventée par le mathématicien écossais John Napier en 1617 permet de faire des multiplications, des divisions et plus encore.

Ici, nous allons apprendre le mécanisme pour la multiplication par un nombre inférieur à 10, par exemple $123\ 456\ 789 \times 6$:

- Placer les bâtons dans le support pour former le nombre 123 456 789
- Placer l'ardoise avec la fenêtre sur le 6 comme sur le schéma ci-dessous :



- La méthode consiste à additionner les chiffres en diagonale en commençant par la droite. Le premier chiffre étant seul, il faut reporter le 4 dans les unités.
- Pour les dizaines, il faut additionner $8 + 5 = 13$ dizaines, soit une centaine et 3 dizaines. La centaine doit être marquée au-dessus dans la diagonale suivante pour être comptée en même temps que les chiffres indiqués sur les bâtons.
- Pour les centaines, il faut donc additionner $1 + 4 + 2 = 7$, et ainsi de suite jusqu'au résultat final.



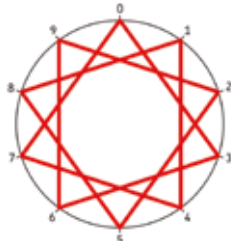
Représentation graphique des tables de multiplication (sur l'ardoise avec le cadran)

L'idée est de relier les points pour former des graphiques réguliers selon les résultats des tables de multiplication. Seul le dernier chiffre du résultat compte.

Prenons l'exemple de la table de 3 :

- $1 \times 3 = 3$, je commence donc en posant le feutre sur le chiffre 3
- $2 \times 3 = 6$, je trace le trait de 3 jusqu'à 6
- $3 \times 3 = 9$, je relie 6 à 9
- $4 \times 3 = 12$, je relie donc le 9 au 2

Jusqu'à obtenir une forme fermée. Découvre vite les représentations graphiques des autres tables.

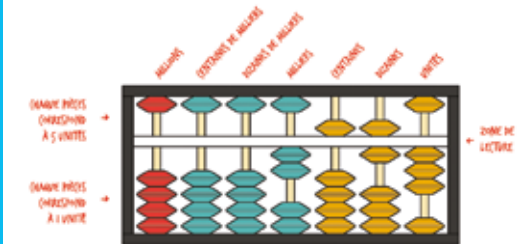


Boulier Japonais

Le boulier permet de représenter des nombres et de faire des opérations.

La lecture du nombre se fait sur la ligne blanche, les pièces sous cette ligne ont une valeur de 1 et celles du dessus une valeur de 5. Selon ce principe, pour afficher les chiffres de 1 à 4, seul le bas est utilisé et à partir de 5, il faut descendre la pièce supérieure. Sur le croquis ci-dessous, le nombre affiché est donc 2 563.

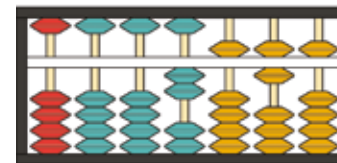
A la lecture, toutes les pièces qui ne sont pas collées à la ligne blanche sont ignorées.



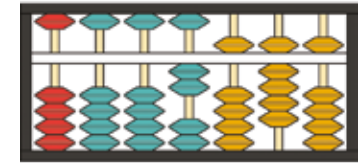
Pour faire une opération simple comme une addition, par exemple $2\ 563 + 14\ 832$, il faudra d'abord afficher le premier nombre puis ajouter chaque valeur en commençant par les unités, puis les dizaines, et ainsi de suite jusqu'au résultat final.

Voici comment la manipulation se décompose :

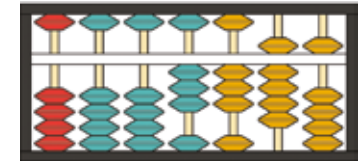
- J'ajoute 2 à 3, je vais donc monter une première unité et la colonne étant pleine (4 pièces), je les redescends tout en descendant la pièce de 5 unités, comme ci-dessous :



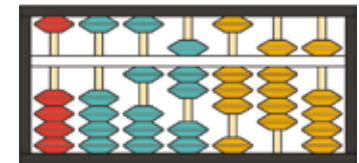
- J'ajoute ensuite 3 dizaines aux 6 dizaines déjà écrites. Je monte donc 3 pièces pour obtenir $6 + 3 = 9$ dizaines.



- J'ajoute ensuite les 8 centaines aux 5 centaines déjà écrites. Je monte les 4 pièces du bas pour afficher 9 centaines. Comme l'addition de $8 + 3 = 13$ centaines, soit 1 millier et 3 centaines, je vais devoir basculer une centaine dans la colonne des milliers. Je replace donc toutes les centaines à zéro en les éloignant de la ligne blanche et je monte une pièce de millier. Il faut ensuite remonter les 3 centaines restantes. A ce stade, le boulier doit ressembler au schéma ci-dessous.



- Je continue selon la même mécanique jusqu'au résultat final, soit $2\ 563 + 14\ 832 = 17\ 395$



Contents



1 holder and 10 Napier's Rods



1 blank board on the back of the Napier's Rod holder (for calculations according to the Chinese method using lines)



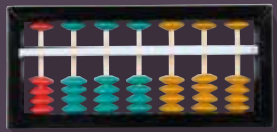
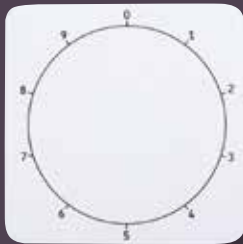
1 eraser



1 black felt-tip pen and 1 red felt-tip pen



1 board for wipe-clean pens with a grid on one side (for the magic square) and a dial on the back (for the graphic representation of the multiplication tables)



1 Japanese abacus



1 Tower of Hanoi with 8 discs

Magic square (On the board with the grid)

Principle:

After asking a third person for a number between 21 and 100, show them that the sum of each vertical or horizontal line, the 2 diagonals and the 4 squares of 4 boxes, is equal to their number.

Before you begin:

The grid is completely empty at the start. To go around, you need to memorize the position of the figures marked in red on the diagram below (from 1 to 12) as well as the calculations that will have to be made from its number to fill the 4 remaining boxes (in green on the diagram) or in the first box X-20, X being the person's number:

X-20	1	12	7
11	8	X-21	2
5	10	3	X-18
4	X-19	6	9

Procedure:

Suppose the number proposed by the person is 40: To impress them, fill in the boxes in order. In the first box, therefore enter 40-20=20. In the second box at the top, enter 1, then 12, then 7, etc. until the grid is completely filled.

20	1	12	7
11	8	19	2
5	10	3	22
4	21	6	9

Then recalculate each line, diagonal and square to demonstrate that all the sums are equal to 40.

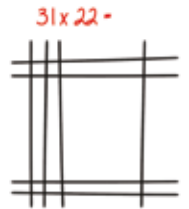
40	40	40	40	→ 40
20	1	12	7	→ 40
11	8	19	2	→ 40
5	10	3	22	→ 40
4	21	6	9	→ 40
↓ 40				

Chinese multiplication method (on the blank board)

Simple method of counting the intersections between the lines representing the desired operation. Let's look at the example of 31 x 22.

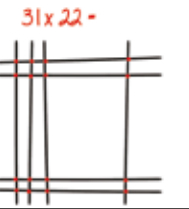
Step 1:

For each figure, draw a line, taking care to separate the tens and units. The first number will be drawn vertically and the second horizontally like the diagram below:



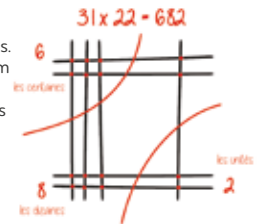
Step 2:

Draw points at each intersection.



Step 3:

Count the points starting with the units, then the tens and finally the hundreds. With the units at the bottom right, the tens in the middle diagonally, and the hundreds in the top left, the result is 682.

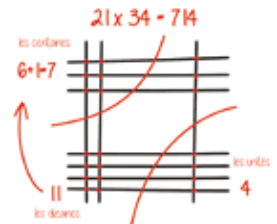


Another example with a carried number:

Take the example of 21 x 34:

The steps are the same but since there are 11 tens, i.e. 1 hundred and 1 ten, the hundred joins the other hundreds.

This rule can apply to higher numbers and all you need to do is simply separate the units, tens, hundreds, etc.



Guess the number they are thinking of

- Ask a person to think of a number between 10 and 100 but they should not tell you which one at any time. Let us say that they have chosen, for example, the number 33.
- Ask them to multiply this number by 2. They therefore get 66.
- Then add a number of your choice (it must be an even number, for example 8) So they get $66+8=74$
- Then ask them to divide by 2. They get 37.
- Then subtract their starting number. They get 4, which is half the number you asked them to add.
- Announce that the result of all the calculations you asked them to do is 4 >>> Magic!!!

Either: $((X \times 2 + \text{an even number of your choice}) / 2) - X = \text{your number} / 2$
 "X" being the number the person is thinking of.

Tower of Hanoi

Objective of the game:

Move the tower from rod 1 to rod 3 respecting the following constraints:

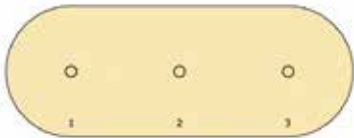
- Always move just one disc at a time
 - Never put a disc on top of one that is smaller than it
- It is recommended to start with a small number of discs and to increase gradually, once you understand the mechanics of the game.

A few things before you start playing:

To solve the game, the number of moves depends on the quantity of discs, according to the following rule: $2^n - 1$, "n" being the number of discs. For example:

- For 2 discs, it takes 3 moves ($2^2 - 1 = 2 \times 2 - 1 = 3$)
- For 3 discs, 7 moves are required ($2^3 - 1 = 2 \times 2 \times 2 - 1 = 7$)
- 4 discs, 15 moves
- 5 discs, 31 moves
- 6 discs, 63 moves
- 7 discs, 127 moves
- 8 discs, 255 moves

Principle and tips for a successful game:

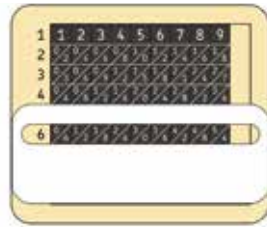


- First of all, look at the markers 1, 2 and 3 on the base.
- The small disc moves every other stroke following a cyclic logic, either:
 - For an even number of discs, the small disc moves from rod 1 to rod 2 then to rod 3 and finally again to rod 1 and so on: $1 > 2 > 3 > 1$
 - For an odd number of discs, the small disc moves from rod 1 to rod 3 then to rod 2 and finally again to rod 1 and so on: $1 > 3 > 2 > 1$
 - When the small disc is not moved, the only possible movement is carried out while respecting the constraints listed at the beginning.
- To spice up the game, a stopwatch can be used in a duel with the aim of moving the tower as quickly as possible.

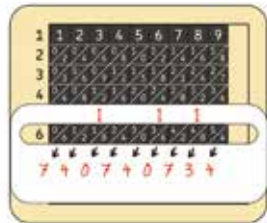
Napier's Rods

This calculation method invented by Scottish mathematician John Napier in 1617 makes it possible to perform multiplications, divisions and more. Here, we will learn the mechanism for multiplying by a number less than 10, for example $123\ 456\ 789 \times 6$:

- Place the rods in the holder to form the number 123 456 789
- Place the board with the window on the 6 as shown in the diagram below:



- The method consists of adding the figures diagonally starting from the right. Since the first digit is alone, the 4 needs to be carried in the units.
- For the tens, add $8 + 5 = 13$ tens, or one hundred and 3 tens. The hundred must be marked above in the following diagonal to be counted together with the numbers indicated on the rods.
- For the hundreds, you will therefore need to add $1 + 4 + 2 = 7$, and so on until the final result.



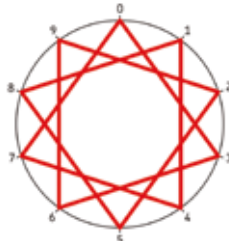
Graphic representation of multiplication tables (on the board with the dial)

The idea is to connect the dots to form regular graphs according to the results of the multiplication tables. Only the last digit of the result counts.

Let's look at the example from table 3:

- $1 \times 3 = 3$, start by placing the felt-tip pen on the number 3
- $2 \times 3 = 6$, draw a line from 3 to 6
- $3 \times 3 = 9$, connect 6 to 9
- $4 \times 3 = 12$, so connect 9 to 2... until you get a closed shape.

Quickly discover the graphic representations of the other tables.

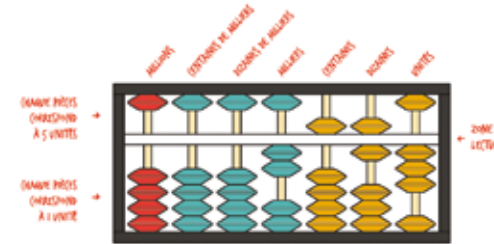


Japanese Abacus

The abacus allows you to represent numbers and perform operations.

The number is read on the white line; items under this line have a value of 1 and those above have a value of 5.

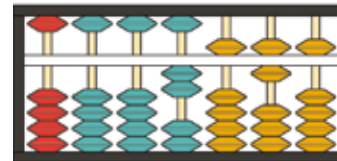
According to this principle, to display the numbers from 1 to 4, use only the bottom, and from 5 the upper item must be lowered. On the sketch below, the number displayed is therefore 2,563. When reading, all the items that are not touching the white line are ignored.



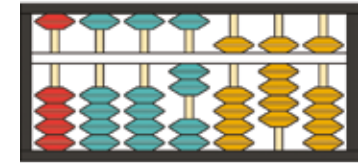
To perform a simple operation such as an addition, for example $2,563 + 14,832$, you will first have to display the first number then add each value starting with the units, then the tens, and so on until the final result.

Here's how the operation breaks down:

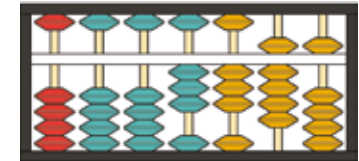
- Add 2 to 3, so raise the first unit and since the column is full (4 items), bring it all down by bringing the item down by 5 units, as below:



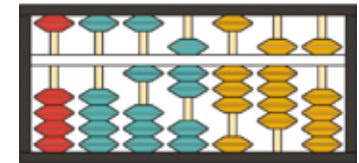
- Then add 3 tens to the 6 tens already written. Then raise 3 items to get $6+3 = 9$ tens.



- Then add the 8 hundreds to the 5 hundreds already written. Raise the 4 bottom items to display 9 hundreds. As the addition of $8+3 = 13$ hundreds, that is 1 thousand and 3 hundreds, you will need to switch a hundred into the thousands column. So return all the hundreds to zero by moving them away from the white line and raise one thousand item. You will then need to bring back the remaining 3 hundreds. At this point, the abacus should look like the diagram below.



- Continue with the same mechanics until the final result, or $2,563 + 14,832 = 17,395$



Material



1 tablero y 10 ábacos neperianos



1 pizarra en blanco en la parte posterior del tablero de los ábacos neperianos (para realizar cálculos según el método chino con los trazos)



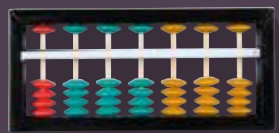
1 borrador



1 rotulador negro y 1 rotulador rojo



1 pizarra para rotulador borrable con una cuadrícula en un lado (para el cuadrado mágico) y una esfera en la parte posterior (para la representación gráfica de las tablas de multiplicar)



1 ábaco japonés



1 torre de Hanói con 8 discos

Cuadrado Mágico (En la pizarra con la cuadrícula)

Premisa :

Después de pedirle a una tercera persona que piense un número entre 21 y 100, mostrarle que la suma de cada línea vertical u horizontal, de las 2 diagonales y los 4 cuadrados de 4 casillas equivale a su número.

Antes de empezar :

Al principio, la cuadrícula está completamente vacía. Para dar la vuelta, hay que memorizar la posición de las cifras marcadas en rojo en el siguiente esquema (del 1 al 12), así como los cálculos que deberán realizarse a partir de su número para rellenar las 4 casillas restantes (en verde en el esquema), es decir en la primera casilla X-20, teniendo en cuenta que X es el número de la persona:

X-20	1	12	7
11	8	X-21	2
5	10	3	X-18
4	X-19	6	9

Procedimiento :

Supongamos que el número que propone la persona es el 40. Para impresionarlo, rellene las casillas en orden. Por lo tanto, en la primera casilla indicaré 40-20=20. En la segunda casilla de la parte superior, escribiré 1, luego 12, luego 7, etc. hasta que la cuadrícula esté completada del todo.

20	1	12	7
11	8	19	2
5	10	3	22
4	21	6	9

Luego volveré a realizar los cálculos de cada línea, diagonal y cuadrado para demostrar que todas las sumas equivalen a 40.

40	40	40	40	→ 40
20	1	12	7	→ 40
11	8	19	2	→ 40
5	10	3	22	→ 40
4	21	6	9	→ 40
↓ 40				

Método de multiplicación chino (en la pizarra en blanco)

Método simple de recuento de intersecciones entre los trazos que representan la operación deseada. Tomemos como ejemplo 31 x 22 :

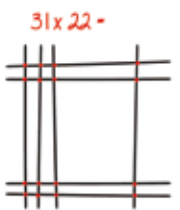
Paso 1 :

Para cada número, dibuja una línea con cuidado de separar las unidades y las decenas. El primer número se dibujará en vertical y el segundo en horizontal como en el esquema siguiente :



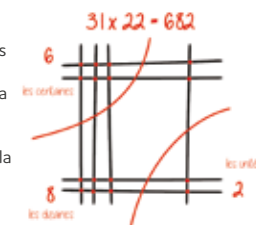
Paso 2 :

Dibuja puntos en cada intersección.



Paso 3 :

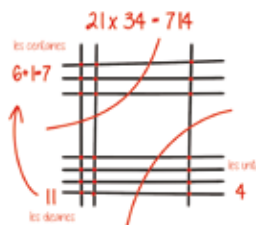
Cuente los puntos comenzando por las unidades, luego las decenas y, finalmente, las centenas. Ubicando las unidades en la parte inferior derecha, las decenas en el centro en diagonal y las centenas en la parte superior izquierda, el resultado es 682.



Otro ejemplo con un acarreo :

Tomemos como ejemplo 21 x 34 :

Los pasos son los mismos pero, puesto que encontramos 11 decenas, es decir, 1 centena y 1 decena, la centena se une a las otras centenas.



Esta regla puede aplicarse a números más grandes y solo se deberán separar bien las unidades, las decenas, las centenas, etc.

Adivino el número que has pensado

- Pídele a una persona que piense un número del 10 al 100, sin decirte qué número tiene en mente en ningún momento. Digamos, por ejemplo, que ha elegido el número 33.
- Pídele que multiplique ese número por 2. Por lo tanto, 66.
- Luego que le sume un número de tu elección (debe ser un número par, por ejemplo 8). El resultado será $66 + 8 = 74$
- A continuación, pídele que divida por 2. Y obtiene 37.
- Luego que reste su número inicial. Obtiene 4, es decir la mitad del número que le pediste que sumara.
- Comunícale que el resultado de todos los cálculos que le has pedido que realice es $4 \gg \gg$ ¡Magia !!!

Es decir : $[(X \times 2 + \text{un número par de tu elección}) / 2] - X = \text{tu número} / 2$
« X » es el número que la persona ha pensado.

Torre de Hanói

Objetivo del juego :

Mover la torre de la barra 1 a la barra 3 cumpliendo las siguientes condiciones :

- Solo se puede mover un disco cada vez
- No se puede colocar un disco encima de otro disco más pequeño

Se recomienda empezar con un número reducido de discos y aumentar gradualmente cuando se entienda la mecánica del juego.

Algunas bases antes de comenzar a jugar :

Para resolver el juego, el número de movimientos depende de la cantidad de discos según la regla siguiente: $2^n - 1$, teniendo en cuenta que « n » es el número de discos. Por ejemplo :

- Para 2 discos, hacen falta 3 movimientos ($2^2 - 1 = 2 \times 2 - 1 = 3$)
- Para 3 discos, hacen falta 7 movimientos ($2^3 - 1 = 2 \times 2 \times 2 - 1 = 7$)
- 4 discos, 15 movimientos
- 5 discos, 31 movimientos
- 6 discos, 63 movimientos
- 7 discos, 127 movimientos
- 8 discos, 255 movimientos

Premisa y trucos para ganar el juego :

En primer lugar, visualiza las marcas 1, 2 y 3 de la base.

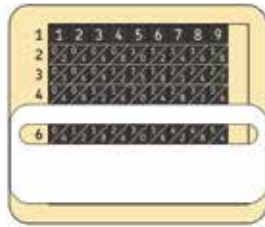


- El disco pequeño se mueve cada dos movimientos siguiendo una lógica cíclica, es decir :
- Cuando el número de discos es par, el disco pequeño se mueve de la barra 1 a la barra 2, y luego a la barra 3 y, finalmente, vuelve a la barra 1 y así sucesivamente : $1 > 2 > 3 > 1$
- Cuando el número de discos es impar, el disco pequeño se mueve de la barra 1 a la barra 3, y luego a la barra 2 y, finalmente, vuelve a la barra 1 y así sucesivamente : $1 > 3 > 2 > 1$
- Cuando no movemos el disco pequeño, realizamos el único movimiento posible respetando las restricciones mencionadas al principio.

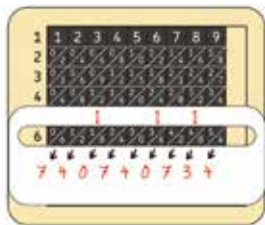
Para darle vida al juego, se puede usar un cronómetro en un duelo con el objetivo de desplazar la torre lo más rápido posible.

El ábaco neperiano

- El método consiste en sumar los números en diagonal empezando por la derecha. El primer número está solo, es necesario llevar el 4 a las unidades. En el caso de las decenas, hay que sumar $8 + 5 = 13$ decenas, es decir, una centena y 3 decenas. La centena debe marcarse arriba en la diagonal siguiente para contarla junto con los números indicados en las varillas. Por lo tanto, en el caso de las centenas hay que sumar $1 + 4 + 2 = 7$, y así sucesivamente hasta el resultado final.



- El método consiste en sumar los números en diagonal empezando por la derecha. El primer número está solo, es necesario llevar el 4 a las unidades.
- En el caso de las decenas, hay que sumar $8 + 5 = 13$ decenas, es decir, una centena y 3 decenas. La centena debe marcarse arriba en la diagonal siguiente para contarla junto con los números indicados en las varillas.
- Por lo tanto, en el caso de las centenas hay que sumar $1 + 4 + 2 = 7$, y así sucesivamente hasta el resultado final.

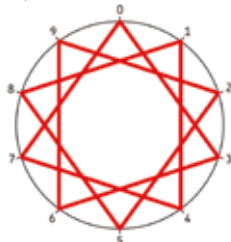


Representación gráfica de las tablas de multiplicar (en la pizarra con la esfera)

Consiste en conectar los puntos para formar gráficos fijos según los resultados de las tablas de multiplicar. Solo cuenta la última cifra del resultado.

Tomemos la tabla del 3 como ejemplo :

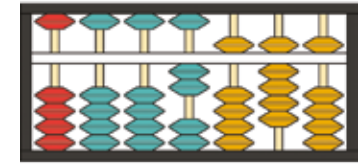
- $1 \times 3 = 3$, así que empiezo colocando el rotulador sobre el número 3
- $2 \times 3 = 6$, dibujo la línea del 3 al 6
- $3 \times 3 = 9$, conecto el 6 y el 9
- $4 \times 3 = 12$, conecto el 9 y el 2... hasta que obtenga una forma cerrada. Descubre rápidamente las representaciones gráficas de las otras tablas.



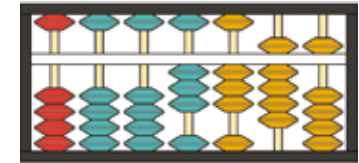
Ábaco japonés

El ábaco permite representar números y realizar operaciones. El número se lee en la línea blanca, las piezas de debajo de esta línea tienen un valor de 1 y las de arriba tienen un valor de 5. De acuerdo con esta premisa, para representar los números del 1 al 4, solo se utilizará la parte inferior y a partir de 5, se deberán bajar las piezas de la parte superior. Por lo tanto, en el siguiente dibujo, el número representado es 2563. Cuando se lee el ábaco, se ignoran todas las piezas que no están pegadas a la línea blanca.

- Luego sumo 3 decenas a las 6 decenas ya escritas. Subo 3 piezas para obtener $6 + 3 = 9$ decenas.



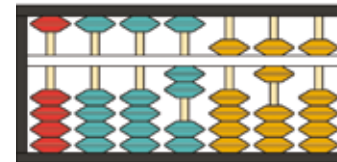
- A continuación, sumo las 8 centenas a las 5 centenas ya escritas. Subo las 4 piezas inferiores para representar 9 centenas. Como la suma de $8 + 3 = 13$ centenas, es decir 1 mil y 3 centenas, tendré que desplazar una centena a la columna de los miles. Así, vuelvo a dejar todas las centenas a cero alejando las piezas de la línea blanca y subo una pieza de mil. A continuación, debo volver a subir las 3 centenas restantes. En este punto, el ábaco debería parecerse al esquema siguiente.



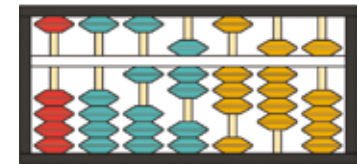
Para hacer una operación simple como una suma, por ejemplo $2563 + 14832$, primero hay que representar el primer número, luego sumar cada valor comenzando por las unidades, luego las decenas, y así sucesivamente hasta el resultado final.

Así se desglosa el procedimiento:

- Sumo 2 y 3, de esta manera subiré una primera unidad y como la columna está llena (4 piezas), las vuelvo a bajar y pego a la línea blanca la pieza de 5 unidades, como se muestra a continuación :



- Continúo con la misma mecánica hasta lograr el resultado final, es decir $2563 + 14832 = 17395$



Materiaal



1 steun en 10 stokjes van Napier



1 blanco bord aan de achterkant van de steun voor de stokjes van Napier (voor het tellen volgens de Chinese methode met streepjes)



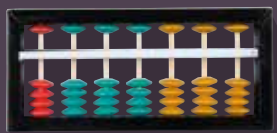
1 wisser



1 zwarte en 1 rode stift



1 bord voor afwisbare stift met een rooster aan één kant (voor het magische vierkant) en een wijzerplaat aan de andere kant (voor de grafische weergave van de tafels van vermenigvuldiging)



1 Japans telraam



1 set Torens van Hanoi met 8 schijven

Magisch vierkant (op het bord met het rooster)

Principe:

Vraag aan iemand om een getal te noemen tussen 21 en 100 en toon aan deze persoon dat de som van elke verticale kolom en horizontale regel, van de 2 diagonalen en de 4 vierkanten van 4 vakjes telkens gelijk is aan het genoemde getal.

Vorbereiding:

Het rooster is bij het begin helemaal leeg. Om het trucje te kunnen doen, moet je de positie van de rood gemarkeerde cijfers in het onderstaande schema (van 1 tot 12) goed onthouden en ook de berekeningen die je moet doen met het genoemde getal om de 4 resterende vakjes in te vullen (groen gemarkeerd in het schema), of in het eerste vakje X-20, waarbij X het getal is dat de persoon heeft genoemd:

X-20	1	12	7
11	8	X-21	2
5	10	3	X-18
4	X-19	6	9

Verloop:

Stel dat de gevraagde persoon bijvoorbeeld het getal 40 noemt: Vul de vakjes in de juiste volgorde in om het indrukwekkende trucje uit te voeren.

In het eerste vakje vul je dus $40 - 20 = 20$ in.

In het tweede vakje van boven vul je 1 in, dan 12, dan 7, enz., tot het rooster volledig is ingevuld.

20	1	12	7
11	8	19	2
5	10	3	22
4	21	6	9

Dan bereken je de som voor elke regel, elke diagonaal en elk vierkant om aan te tonen dat alle sommen gelijk zijn aan 40.

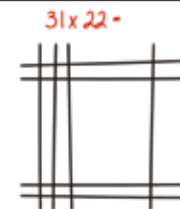
40	40	40	40	→ 40
20	1	12	7	→ 40
11	8	19	2	→ 40
5	10	3	22	→ 40
4	21	6	9	→ 40
↓ 40				

Chinese methode voor vermenigvuldiging (op het blanco bord)

Eenvoudige methode voor het tellen van de kruisingen tussen de streepjes die de gewenste bewerking voorstellen. Bijvoorbeeld 31×22 :

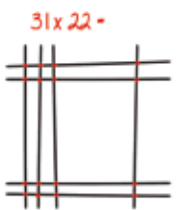
Stap 1:

Teken voor elk cijfer een streepje, waarbij de eenheden en tientallen worden gescheiden. Het eerste getal wordt verticaal getekend en het tweede horizontaal, zoals in het onderstaande schema:



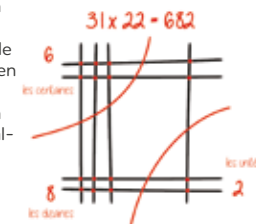
Stap 2:

Breng stippen aan op elke kruising.



Stap 3:

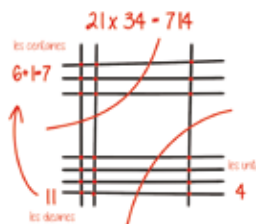
Tel de stippen, te beginnen met de eenheden, dan de tientallen en tenslotte de honderdtallen. De eenheden staan onderaan rechts, de tientallen in het midden diagonaal en de honderdtallen bovenaan links. Het resultaat is dus 682.



Nog een voorbeeld, deze keer met een te onthouden cijfer:

Bijvoorbeeld 21×34 : De stappen zijn dezelfde, maar aangezien er deze keer 11 tientallen zijn, dus 1 honderdtal en 1 tiental, wordt het honderdtal bij de andere honderdtallen opgeteld.

Deze regel kan worden toegepast op grotere getallen. Daarbij moet je de eenheden, tientallen, honderdtallen, enz. goed uit elkaar houden.



Torens van Hanoi

Doel van het spel:

De toren van stokje 1 naar stokje 3 verplaatsen en daarbij de volgende regels respecteren:

- Telkens slechts één schijf tegelijk verplaatsen
- Nooit een grotere schijf op een kleinere plaatsen

Je begint best met een klein aantal schijven en verhoogt dan beetje bij beetje het aantal schijven wanneer je de strategie van het spel hebt begrepen.

Enkele tips voordat je begint te spelen:

Om het doel van het spel te bereiken, is het aantal zetten afhankelijk van het aantal schijven, volgens de formule $2^n - 1$, waarbij "n" het aantal schijven voorstelt. Bijvoorbeeld:

- Voor 2 schijven zijn 3 zetten nodig ($2^2 - 1 = 2 \times 2 - 1 = 3$)
- Voor 3 schijven zijn 7 zetten nodig ($2^3 - 1 = 2 \times 2 \times 2 - 1 = 7$)
- 4 schijven, 15 zetten
- 5 schijven, 31 zetten
- 6 schijven, 63 zetten
- 7 schijven, 127 zetten
- 8 schijven, 255 zetten

Principe en tips voor het spel:

Bekijk eerst de referenties 1, 2 en 3 op de basis.



- De kleine schijf wordt één zet op 2 verplaatst volgens een cyclische logica:
- Voor een even aantal schijven wordt de kleine schijf van stokje 1 naar stokje 2 en dan naar stokje 3 verplaatst en tenslotte weer naar stokje 1, enzovoort: $1 > 2 > 3 > 1$
- Voor een oneven aantal schijven wordt de kleine schijf van stokje 1 naar stokje 3 en dan naar stokje 2 verplaatst en tenslotte weer naar stokje 1, enzovoort: $1 > 3 > 2 > 1$
- Wanneer de kleine schijf niet wordt verplaatst, voert men de enige mogelijke verplaatsing volgens de hierboven vermelde regels uit.

Om het spel spannender te maken, kan een chronometer worden gebruikt om te proberen de toren zo snel mogelijk te verplaatsen.

Ik raad het getal waaraan je denkt

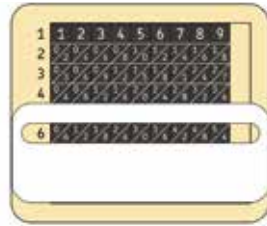
- Vraag aan iemand om te denken aan een getal tussen 10 en 100 maar het niet aan jou te verraden. Stel dat de persoon bijvoorbeeld denkt aan het getal 33.
- Vraag hem of haar om het getal te vermenigvuldigen met 2. Dat maakt dus 66.
- Dan vraag je hem of haar om er een cijfer van jouw keuze bij op te tellen (het moet een even cijfer zijn, bijvoorbeeld 8). Het resultaat is dus $66 + 8 = 74$.
- Vraag hem of haar vervolgens om te delen door 2. Het resultaat is 37.

De stokjes van Napier

Deze rekenmethode werd ontwikkeld door de Schotse wiskundige John Napier in 1617 en kan worden gebruikt voor vermenigvuldigingen, delingen en andere bewerkingen.

Hier leggen we de techniek voor het vermenigvuldigen met een cijfer kleiner dan 10 uit, bijvoorbeeld $123\ 456\ 789 \times 6$:

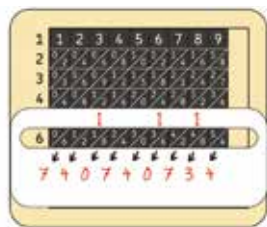
- Plaats de stokjes in de steun om het getal 123 456 789 te vormen.
- Plaats het bord met het venster op de 6 zoals in de onderstaande illustratie.



- Bij deze methode moeten de diagonaal geplaatste cijfers bij elkaar worden opgeteld, te beginnen aan de rechterkant. Aangezien het eerste cijfer alleen in een vak staat, moet de 4 bij de eenheden worden geteld.

- Voor de tientallen moet de som worden gemaakt van $8 + 5 = 13$ tientallen, dus één honderdtal en 3 tientallen. Het honderdtal moet boven de volgende diagonaal worden genoteerd om tegelijk te worden geteld met de cijfers op de stokjes.

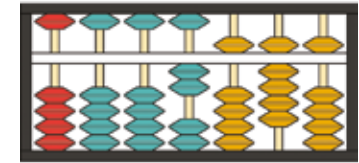
- Voor de honderdtallen moet dus de som worden gemaakt van $1 + 4 + 2 = 7$, enzovoort, tot het eindresultaat is berekend.



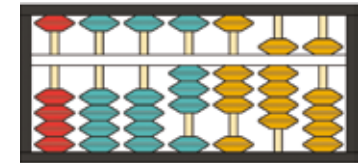
Japans telraam

Op het telraam kunnen getallen en bewerkingen worden voorgesteld. Het getal wordt afgelezen op de witte lijn, de schijven onder deze lijn hebben een waarde van 1 en de schijven erboven een waarde van 5. Volgens dit principe wordt voor het weergeven van de cijfers van 1 tot 4 alleen het gedeelte onder de lijn gebruikt en vanaf 5 moet het gedeelte boven de lijn worden gebruikt. Op de onderstaande illustratie is het weergegeven getal dus 2563. Bij het aflezen worden alle schijven die niet tegen de lijn aan liggen genegeerd.

- Vervolgens voeg ik 3 tientallen toe aan de 6 die er al staan. Ik schuif dus 3 schijven omhoog om $6 + 3 = 9$ tientallen te maken.



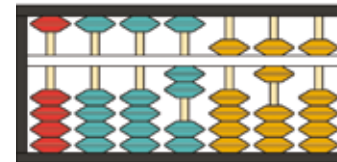
- Vervolgens voeg ik 3 honderdtallen toe aan de 5 die er al staan. Ik schuif 4 schijven aan de onderkant naar boven om 9 honderdtallen te vormen. Aangezien de som van $8 + 3 = 13$ honderdtallen, dus 1 duizendtal en 3 honderdtallen, moet ik één honderdtal overzetten naar de kolom van de duizendtallen. Ik plaats dus alle honderdtallen terug naar nul door ze van de witte lijn weg te schuiven, en ik schuif één schijf voor de duizendtallen naar boven. Vervolgens moeten de 3 resterende honderdtallen weer naar boven worden geschoven. Nu moet het telraam er uitzien zoals op de onderstaande illustratie.



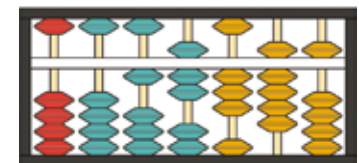
Voor een eenvoudige bewerking zoals een som, bijvoorbeeld $2563 + 14.832$, moet eerst het eerste getal worden gevormd en daarna elke waarde worden opgeteld, te beginnen met de eenheden, dan de tientallen enzovoort, tot het resultaat is berekend.

Dit zijn de stappen van de bewerking:

- Ik tel 2 op bij 3, ik schuif dus een eerste eenheid omhoog, en aangezien de kolom nu vol is (4 schijven), schuif ik deze allemaal weer naar beneden en schuif ik boven de lijn een schijf van 5 eenheden naar beneden, zoals hieronder weergegeven:



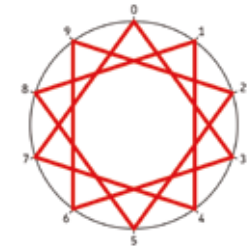
- Ik ga verder volgens hetzelfde principe tot het eindresultaat is berekend, namelijk $2563 + 14.832 = 17.395$



Grafische voorstelling van de tafels van vermenigvuldiging (op het bord met de wijzerplaat)

Het idee is dat de punten worden verbonden tot regelmatige grafieken volgens de resultaten van de tafels van vermenigvuldiging. Alleen het laatste cijfer van het product is van belang.

- Bijvoorbeeld, de tafel van 3:
- $1 \times 3 = 3$, je begint dus door je stift op het cijfer 3 te plaatsen
 - $2 \times 3 = 6$, je trekt dus een lijn van 3 naar 6
 - $3 \times 3 = 9$, je verbindt dus 6 met 9
 - $4 \times 3 = 12$, je verbindt dus 9 met 2 ...
- tot je een gesloten vorm hebt getekend.



Material



1 suporte e 10 varas de Neper



1 ardósia branca na parte de trás do suporte das varas Neper (para cálculos de acordo com o método chinês com as linhas)



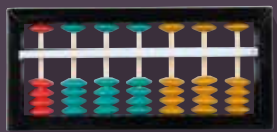
1 apagador



feltro preto e 1 feltro vermelho



1 ardósia de feltro apagável com uma grelha de um lado (para o quadrado mágico) e um quadrante na parte de trás (para a representação gráfica das tabuadas)



1 ábaco japonês



1 torre de Hanói com 8 discos

Quadrado mágico (na ardósia com a grelha)

Princípio:

Após pedir a uma terceira pessoa um número entre 21 e 100, demonstre que a soma de cada linha vertical ou horizontal, das 2 diagonais e dos 4 quadrados de 4 casas é igual ao seu número.

Antes de começar:

A grelha está completamente vazia no início. Para percorrer, é necessário memorizar a posição dos algarismos marcados a vermelho no diagrama abaixo (de 1 a 12), bem como os cálculos que deverão ser feitos a partir do seu número para preencher as 4 casas restantes (a verde no diagrama) ou na primeira casa X-20, sendo X o número da pessoa:

X-20	1	12	7
11	8	X-21	2
5	10	3	X-18
4	X-19	6	9

Procedimento:

Suponha que o número proposto pela pessoa é 40. Para impressioná-la, preencha as casas por ordem. Na primeira casa, portanto, vou preencher $40-20=20$. Na segunda casa na parte superior, escrevo 1, depois 12, depois 7, etc. até que a grelha esteja completamente preenchida.

20	1	12	7
11	8	19	2
5	10	3	22
4	21	6	9

Depois refaça os cálculos de cada linha, diagonal e quadrado, para demonstrar que todas as somas são iguais a 40.

40	40	40	40	→ 40
20	1	12	7	→ 40
11	8	19	2	→ 40
5	10	3	22	→ 40
4	21	6	9	→ 40
↓ 40				

Método chinês de multiplicação (na ardósia branca)

Método simples de contar as interseções entre as linhas que representam a operação desejada. Considere o exemplo de 31×22 :

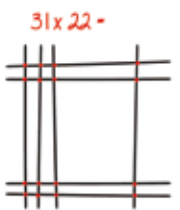
Passo 1:

Para cada algarismo, desenhe uma linha, tendo o cuidado de separar as unidades e as dezenas. O primeiro número será desenhado verticalmente e o segundo horizontalmente como o diagrama abaixo:



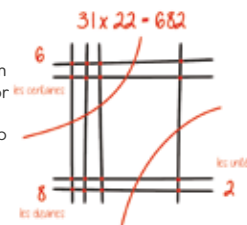
Passo 2:

Desenhe pontos em cada interseção.



Passo 3:

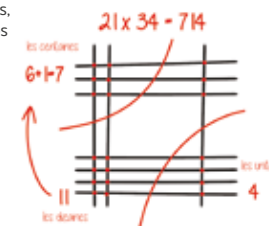
Conte os pontos que começam com as unidades, depois as dezenas e finalmente as centenas. Com as unidades no canto inferior direito, as dezenas no meio na diagonal e as centenas no canto superior esquerdo, o resultado é 682.



Outro exemplo com uma retenção:

Veja o exemplo de 21×34 : Os passos são os mesmos, mas quando encontramos 11 dezenas, ou seja, 1 centena e 1 dezena, a centena junta-se às outras centenas.

Esta regra pode ser aplicada a números maiores e será sempre necessário separar as unidades, dezenas, centenas, etc.



Adivinho o algarismo que estás a pensar

- Peça a uma pessoa que pense num número entre 10 e 100, mas ela não deve dizer qual em momento algum. Digamos que a pessoa tenha escolhido, por exemplo, o número 33.
 - Peça-lhe para multiplicar esse número por 2. Irá obter 66.
 - Em seguida, adicione um algarismo à sua escolha (deve ser um número par, por exemplo, 8). Irá obter $66 + 8 = 74$
 - Depois peça-lhe para dividir por 2. Irá obter 37.
 - Em seguida, subtraia o número inicial. Irá obter 4, que é metade do número que lhe pediu para adicionar.
 - Anuncie que o resultado de todos os cálculos que lhe pediu para efetuar é $4 \gg \gg$ Mágico!!!
- Ou: $[(X \times 2 + \text{um algarismo par à sua escolha}) / 2] - X = \text{seu número} / 2$
 «X» é o número em que a pessoa está a pensar.

Torre de Hanói

Objetivo do jogo:

- Mova a torre da haste 1 para a haste 3, respeitando as seguintes restrições:
- Mova sempre apenas um disco de cada vez
 - Nunca coloque um disco num que seja mais pequeno
- Recomenda-se começar com um pequeno número de discos e aumentar gradualmente, assim que entender a mecânica do jogo.

Algumas noções antes de começar a jogar:

- Para resolver o jogo, o número de jogadas depende da quantidade de discos, de acordo com a seguinte regra: $2^n - 1$, «n» sendo o número de discos. Por exemplo:
- Para 2 discos, são necessárias 3 jogadas ($2^2 - 1 = 2 \times 2 - 1 = 3$)
 - Para 3 discos, são necessárias 7 jogadas ($2^3 - 1 = 2 \times 2 \times 2 - 1 = 7$)
 - 4 discos, 15 jogadas
 - 5 discos, 31 jogadas
 - 6 discos, 63 jogadas
 - 7 discos, 127 jogadas
 - 8 discos, 255 jogadas

Princípio e dicas para ter êxito no jogo:

Primeiro, visualize as marcas 1, 2 e 3 na base.



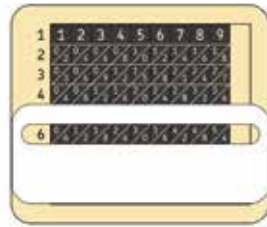
- O disco pequeno move-se numa jogada em 2 seguindo uma lógica cíclica:
 - Para um número par de discos, o disco pequeno move-se da haste 1 para a haste 2, depois para a haste 3 e, finalmente, novamente para a haste 1 e assim por diante: $1 > 2 > 3 > 1$
 - Para um número ímpar de discos, o disco pequeno move-se da haste 1 para a haste 3, depois para a haste 2 e, finalmente, novamente para a haste 1 e assim por diante: $1 > 3 > 2 > 1$
 - Quando o disco pequeno não é movido, o único movimento possível é realizado, respeitando as restrições indicadas no início.
- Para tornar o jogo mais interessante, pode ser utilizado um cronómetro num duelo com o objetivo de mover a torre o mais rápido possível.

Varas de Neper

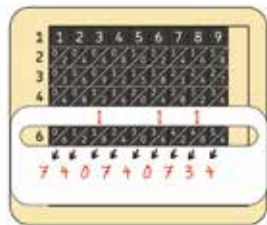
Este método de cálculo inventado pelo matemático escocês John Napier em 1617 permite realizar multiplicações, divisões e muito mais.

Aqui vamos aprender o mecanismo para multiplicar por um número menor que 10, por exemplo $123\ 456\ 789 \times 6$:

- Coloque os paus no suporte para formar o número 123 456 789
- Coloque a ardósia com a janela no 6 como no diagrama abaixo



- O método consiste em adicionar os algarismos na diagonal começando na direita. Se o primeiro algarismo estiver sozinho, é necessário transferir o 4 nas unidades.
- Para as dezenas, é necessário adicionar $8 + 5 = 13$ dezenas, ou uma centena e 3 dezenas. A centena deve ser marcada acima na diagonal a seguir para ser contada ao mesmo tempo que os algarismos indicados nos paus.
- Para as centenas, é necessário, portanto, adicionar $1 + 4 + 2 = 7$ e assim por diante até o resultado final.

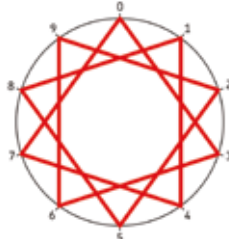


Representação gráfica das tabuadas (na ardósia com o quadrante)

A ideia é ligar os pontos para formar gráficos regulares de acordo com os resultados das tabuadas. Apenas o último algarismo do resultado conta.

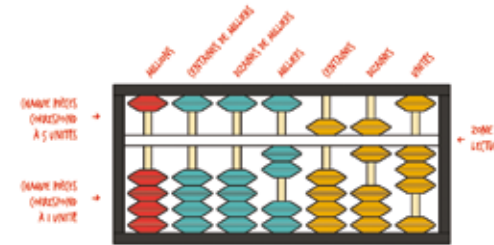
Considere o exemplo da tabuada do 3:

- $1 \times 3 = 3$, começo por colocar o feltro no algarismo 3
- $2 \times 3 = 6$, desenho a linha de 3 a 6
- $3 \times 3 = 9$, ligo 6 a 9
- $4 \times 3 = 12$, ligo o 9 ao 2... até obter uma forma fechada. Descubra rapidamente as representações gráficas das outras tabuadas.



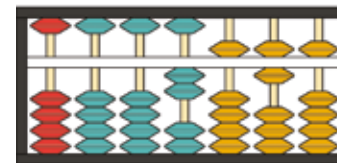
Ábaco japonês

O ábaco permite representar números e realizar operações. O número é lido na linha branca, as peças abaixo desta linha têm o valor de 1 e as peças acima têm o valor de 5. De acordo com este princípio, para exibir os números de 1 a 4, apenas a base é usada e a partir de 5, a parte superior deve ser baixada. No desenho abaixo, o número exibido é, portanto, 2563. Ao ler, todas as peças que não estão colocadas na linha branca são ignoradas.

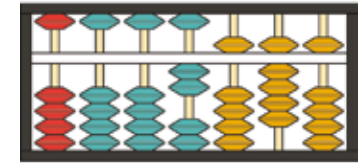


Para executar uma operação simples, como uma adição, por exemplo $2563 + 14832$, primeiro é necessário exibir o primeiro número e adicionar cada valor começando pelas unidades, depois as dezenas e assim por diante até o resultado final. Veja como a manipulação se divide:

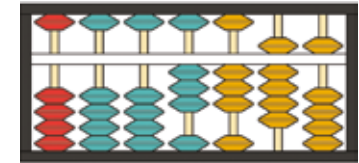
- Eu adiciono 2 a 3, para subir uma primeira unidade e depois de a coluna estar cheia (4 peças), torno a descê-las enquanto desço a peça de 5 unidades, como abaixo:



- Adiciono a seguir 3 dezenas às 6 dezenas já escritas. Subo 3 peças para obter $6 + 3 = 9$ dezenas.



- Depois adiciono as 8 centenas às 5 centenas já escritas. Subo as 4 peças inferiores para exibir 9 centenas. Como a adição de $8 + 3 = 13$ centenas, isto é 1 milhar e 3 centenas, terei que trocar uma centena na coluna de milhares. Reponho todas as centenas para zero, afastando-as da linha branca e subo uma peça de milhar. É necessário tornar a subir as 3 centenas restantes. Neste ponto, o ábaco deve parecer-se com o diagrama abaixo.



- Continuo com a mesma mecânica até o resultado final, isto é $2563 + 14832 = 17395$

